

噪声不一致背景下脉冲串辐射源直接定位算法

钟华, 阮怀林, 孙兵, 龚燕

(国防科技大学电子对抗学院, 230037, 合肥)

摘要: 针对无源定位过程中, 由于各侦察站噪声功率不一致导致直接定位算法精度下降的问题, 提出了一种噪声不一致背景下的脉冲串辐射源直接定位算法。首先利用傅里叶变换构造来波信号, 再通过矩阵变换将定位解算问题转换为广义互模糊矩阵最大特征值求解问题, 最终得到目标辐射源的位置, 并同时推导了噪声功率不一致背景下算法的克拉美罗界。仿真结果表明, 随着观测脉冲数和信噪比的增加, 所提算法的定位精度均得到有效提高, 与现有的噪声一致背景下的直接定位算法相比, 当观测脉冲数为 120、信噪比为 5 dB 时, 所提算法的定位精度提高约 50%。

关键词: 直接定位; 噪声功率不一致; 互模糊矩阵; 克拉美罗界; 脉冲串辐射源

中图分类号: TN911.23 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202108019 **文章编号:** 0253-987X(2021)08-0157-09



OSID 码

A Direct Location Algorithm of Pulse Train Radiation Source in Nonuniform Noises

ZHONG Hua, RUAN Huailin, SUN Bing, GONA Yan

(College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

Abstract: A direct location algorithm of pulse train radiation source in nonuniform noise is proposed to solve the problem that the accuracy of the direct location algorithm is reduced due to the different noise power of each reconnaissance station in the process of passive location. Firstly, Fourier transform is used to construct the incoming wave signal, and then the problem of positioning solution is transformed into a maximum eigenvalue problem of generalized cross ambiguity matrix by matrix transformation. Finally, the location of the target radiation source is obtained, and the Cramer-Rao bound (CRB) of the algorithm is derived under the condition of nonuniform noise power. Simulation results show that the positioning accuracy of the proposed algorithm is effectively improved with the increase of the number of observed pulses and the signal-to-noise ratio (SNR). Compared with the existing DPD algorithm under the same noise background, the positioning accuracy of the proposed algorithm improves by about 50% when the number of observed pulses is 120 and SNR is 5 dB.

Keywords: direct position determination; nonuniform noise power; cross ambiguity matrix; Cramer-Rao bound; pulse train radiation source

无源定位通过被动接收辐射源信号, 具有机动灵活且电磁隐蔽性强的特点, 在军事情报侦察、机载

侦察、资源考察等领域作用日趋显著。传统的无源定位技术, 主要包括测向交叉定位^[1-2]、到达时间

(TOA)定位^[3-4]、时差(TDOA)定位^[5-6]、频差(FDOA)定位^[7]以及同时利用多种定位方法的复合定位^[8]等。

直接定位法(DPD)是近些年无源定位领域的热门算法^[9-24]。Weiss等人首次提出了DPD算法^[9],利用多个观测站,将目标的角度信息融合在阵列流型中,同时通过对接收数据进行离散傅里叶变换,将时延信息转换为相位信息,便于数据的处理,算法初次实现了单目标的直接定位。文献[10]研究了未知波形信号的DPD算法,结果表明MUSIC方法能有效降低算法的复杂度。文献[11]对存在多径效应、阵列误差、相位误差等情况下的DPD算法定位表现进行了研究。当辐射源发射的信号波形完全已知时,可以有效提高DPD算法的定位表现。Bar-Shalom和Weiss提出了一种针对OFDM信号的DPD算法^[12],该算法将OFDM信号中的先验信息和数据中的信息结合在一起,以获得OFDM信号辐射源的极大似然估计值,相比于传统的两步定位法,该算法在低信噪比下更接近于克拉美罗界(CRLB)。当存在多个窄带目标辐射源信号时,Weiss等人提出了针对多个窄带信号辐射源的DPD算法^[13],该算法以迭代方式实现ML标准。之后,Weiss等人将多普勒频移用于DPD算法,运用速度和位置已知的运动接收站对辐射源进行定位,分别在信号已知和未知状态下建立代价函数,最后寻找目标函数极值点对应的网格点,实现对辐射源的定位^[14]。针对静止辐射源,Weiss等人提出了一种用移动接收站观测的基于时延和多普勒频移的极大似然估计器^[15],为了实现所提出的方法,所有的观测信号必须输送到一个处理中心进行后续信号处理。

同时,国内专家学者也对直接定位算法的应用进行了很多有意义的探索。文献[20]先将接收到的辐射源信号划分为多个非重叠短时信号段,再利用同一接收机接收到短时信号之间的相干性,进行直接定位处理。经过相干求和处理,定位精度会随着两个短时信号时间间隔的增加而提高。文献[21]提出了一种确定波形条件下,直达与非直达环境中多目标直接定位算法。算法利用已知波形信息,将多目标问题转换为单目标问题进行求解。该算法相对传统两步定位算法计算量更低,定位精度更高。文献[22]提出了一种针对严格非圆源的直接定位算法,通过有限次迭代,将接收到的信号进行解耦处理,大大降低了计算的复杂度,同时文章推导了严格非圆阵的克拉美罗界。文献[23]对恒定速度和恒定

加速度的窄带移动辐射源定位情况进行了研究,针对两个运动模型提出了适合其特性的牛顿迭代算法,与多维网格搜索算法相比,该算法在不影响估计精度的前提下更有吸引力。文献[24]使用多个接收机收集时延和多普勒拉伸信号来解决固定辐射源的定位问题,通过将宽带信号高精度地分解为少量的低维信号,并结合信号的时延和缩放信息,提出了一种计算效率高的DPD算法。

以上列举的直接定位算法均假定各接收机接收的噪声是均值为0、方差恒定的高斯白噪声,然而在实际侦察接收过程中,各阵元接收到的信号噪声统计特性无法完全保持一致。一方面,由于各侦察站接收机的带宽差异引起接收机内部噪声强度不同。另一方面,各侦察站不同传输路径损耗、接收天线的通道不一致性等因素干扰,都有可能造成各侦察站接收到的等效外部噪声强度不同^[25]。由于各侦察站接收到信号的等效信噪比不同,此时采用传统的直接定位算法,辐射源定位精度会有所下降。

针对上述问题,本文主要研究噪声功率不一致情况下采用多个移动侦察站对固定目标定位的最大似然估计算法。通常情况下,在讨论噪声时主要讨论噪声为高斯白噪声的情况,现实中存在非高斯白噪声的情况,将噪声简化为高斯白噪声有利于算法建模过程中对数似然函数的简化^[25]。以确定性未知信号为模型,分别针对外部噪声统计特性已知和未知两种情况,建立对应的时频域直接定位算法模型,并推导了信号和传输损耗未知时直接定位法的CRLB。与文献[18]的经典直接定位算法相比,本文提出的算法充分利用了脉冲串信号的完备位置信息,通过多个脉冲间的时差频差信息累加,达到更高的定位精度,同时,通过对不同信噪比强度的信号赋予不同的权系数,增加较高信噪比信号的定位贡献,实现对目标辐射源的有效定位。

1 信号模型

假设地面固定辐射源位于 $\mathbf{p}_0 = [x_0, y_0]^T$,有 L 个侦察站作匀速直线运动,目标辐射源连续发出 M 个脉冲信号,第 m 个信号 $y_m(t)$ 的模型为 $s_m(t) \cdot \exp(j2\pi f_c t)$,其中 $s_m(t)$ 是信号的包络, f_c 是信号的载频,时宽为 T_m ,带宽为 W_m ,且满足 $W_m = f_c$ 。第 l 个侦察站从 $t_{l,m}$ 时刻起对第 m 个脉冲进行观测时,对应的位置和速度分别为 $\mathbf{x}_{l,m}$ 和 $\mathbf{v}_{l,m}$,其中, $l=1, \dots, L, m=1, \dots, M$,观测时间 $T'_m > T_m$ 。

第 l 个侦察站接收到辐射源的第 m 个脉冲信

号为

$$r_{l,m}(t) = a_l s_m(f_{l,m}(t - \tau_{l,m})) \cdot \exp\{j2\pi f_c \beta_{l,m}(t - \tau_{l,m})\} + w_{l,m}(t) \quad (1)$$

式中: a_l 为信号到达第 l 个侦察站的路径损耗; $w_{l,m}(t)$ 表示第 l 个侦察站接收到第 m 个脉冲信号时的复高斯白噪声; $\tau_{l,m}$ 表示第 m 个脉冲信号到达第 l 个侦察站的时间延迟,即

$$\tau_{l,m} \triangleq \| \mathbf{x}_{l,m} - \mathbf{p}_0 \| / c \quad (2)$$

$\beta_{l,m}$ 表示第 m 个脉冲信号到达第 l 个侦察站时的尺度变换因子,即

$$\beta_{l,m} \triangleq 1 + \frac{\mathbf{v}_l^T (\mathbf{x}_{l,m} - \mathbf{p}_0)}{c \| \mathbf{x}_{l,m} - \mathbf{p}_0 \|} \quad (3)$$

考虑到 $\beta_{l,m}$ 对信号包络的影响可以忽略不计,将式(1)化简为

$$r_{l,m}(t) = a_l s_m(t - \tau_{l,m}) \exp\{j2\pi f_c(t - \tau_{l,m})\} \cdot \exp\{j2\pi f_{l,m}(t - \tau_{l,m})\} + w_{l,m}(t) = a_l y_m(t - \tau_{l,m}) \exp\{j2\pi f_{l,m}(t - \tau_{l,m})\} + w_{l,m}(t) \quad (4)$$

式中: $f_{l,m} \triangleq \frac{f_a \mathbf{v}_l^T (\mathbf{x}_{l,m} - \mathbf{p}_0)}{c \| \mathbf{x}_{l,m} - \mathbf{p}_0 \|}$ 为多普勒频率。

对侦察站接收信号进行采样,得

$$r_{l,m}(t_{l,m}, nT) = a_l y_m(t_{l,m} + nT - \tau_{l,m}) \cdot \exp\{j2\pi f_{l,m}(t_{l,m} + nT - \tau_{l,m})\} + w_{l,m}(nT) \quad n = 1, \dots, N \quad (5)$$

式中: N 表示各脉冲的采样数; T 是采样周期。对式(5)改写,得

$$r_{l,m}(t_{l,m}, nT) = a_l y_m(t_{l,m} + nT - \tau_{l,m}) \cdot \exp\{j2\pi f_{l,m}(t_{l,m} + nT)\} \cdot \exp(-j2\pi f_{l,m} \tau_{l,m}) + w_{l,m}(nT) \quad (6)$$

结合傅里叶变换相关性质, $\mathbf{r}_{l,m}$ 可以表示为

$$\mathbf{r}_{l,m} = a_l \mathbf{D}_{f_{l,m}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{l,m}} \mathbf{F} \mathbf{y}_m + \mathbf{w}_{l,m} = \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m + \mathbf{w}_{l,m} \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \left[-\frac{N}{2}, \dots, -1, 0, \dots, \frac{N}{2} - 1 \right]^T \\ \mathbf{F} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} \mathbf{n} \mathbf{n}^T\right) \\ \mathbf{D}_{\tau_{l,m}} &= \text{diag}\left\{ \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} \mathbf{n} \tau_{l,m}\right) \right\} \\ \mathbf{D}_{f_{l,m}} &= \text{diag}\left\{ \exp(j2\pi f_{l,m} (\mathbf{n} + (t_{l,m} - \tau_{l,m}) \mathbf{1}_N)) \right\} \\ \mathbf{G}_{l,m} &= a_l \mathbf{D}_{f_{l,m}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{l,m}} \mathbf{F} \\ \mathbf{y}_m &= [y_m(1), y_m(2), \dots, y_m(N)]^T \\ \mathbf{r}_{l,m} &= [r_{l,m}(1), r_{l,m}(2), \dots, r_{l,m}(N)]^T \\ \mathbf{w}_{l,m} &= [w_{l,m}(1), w_{l,m}(2), \dots, w_{l,m}(N)]^T \end{aligned}$$

为了表述方便,定义如下向量

$$\mathbf{r}_l = [\mathbf{r}_{l,1}^H, \mathbf{r}_{l,2}^H, \dots, \mathbf{r}_{l,M}^H]^H \quad (8)$$

$$\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1^H, \mathbf{r}_2^H, \dots, \mathbf{r}_L^H]^H \quad (9)$$

$$\mathbf{G}_l = \text{diag}[\mathbf{G}_{l,1}, \mathbf{G}_{l,2}, \dots, \mathbf{G}_{l,M}] \quad (10)$$

$$\mathbf{G} = [\mathbf{G}_1^H, \mathbf{G}_2^H, \dots, \mathbf{G}_L^H]^H \quad (11)$$

$$\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^H, \mathbf{y}_2^H, \dots, \mathbf{y}_M^H]^H \quad (12)$$

$$\mathbf{w}_l = [\mathbf{w}_{l,1}^H, \mathbf{w}_{l,2}^H, \dots, \mathbf{w}_{l,M}^H]^H \quad (13)$$

$$\mathbf{w} = [\mathbf{w}_1^H, \mathbf{w}_2^H, \dots, \mathbf{w}_L^H]^H \quad (14)$$

综上所述,得

$$\mathbf{r} = \mathbf{G} \mathbf{y} + \mathbf{w} \quad (15)$$

2 定位算法

2.1 噪声一致背景下的直接定位算法

传统的直接定位算法都是假设各侦察站接收的噪声是均值为0、方差为 σ^2 的高斯白噪声。此时,多站时频域 ML-DPD 算法为

$$L_{\text{ML}}(\xi) = \lambda_{\max}(\mathbf{Q}_{\text{ML}}) \quad (16)$$

式中: $\lambda_{\max}(\cdot)$ 表示计算矩阵的最大特征值; $\mathbf{Q}_{\text{ML}}$ 表示一致噪声下的互模糊矩阵

$$\mathbf{Q}_{\text{ML}} = \mathbf{P}_{\text{ML}} \mathbf{P}_{\text{ML}}^H \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{P}_{\text{ML}} = [(\mathbf{R}_1^H \mathbf{D}_{f_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1} \mathbf{F})^T, \dots, (\mathbf{R}_L^H \mathbf{D}_{f_L} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_L} \mathbf{F})^T]^T \quad (18)$$

对于矩阵 $\mathbf{Q}_{\text{ML}}$, 其第 (l, k) 个元素表示侦察站 l 和侦察站 k 的互模糊函数,即

$$\mathbf{Q}_{\text{ML}}(l, k) = \mathbf{R}_l^H \mathbf{D}_{f_l} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_l} \mathbf{D}_{\tau_k}^H \mathbf{F} \mathbf{D}_{f_k} \mathbf{R}_k \quad (19)$$

从式(19)可以看出,噪声一致情况下的 ML-DPD 算法将各侦察站接收到的信号看作是等价的,没有考虑各侦察站接收到信号的噪声不一致情况。考虑若是将较高信噪比信号对定位的贡献提高,将较低信噪比信号对定位的贡献降低,此时得到的定位结果将会更优。下面将重点研究噪声不一致背景下的直接定位算法。

2.2 噪声不一致背景下的直接定位算法

2.2.1 噪声参数已知情况 噪声参数(文中表示为各侦察站接收到信号的噪声方差 $\sigma_l^2, l=1, \dots, L$)已知时,对不同信噪比信号进行加权。本文以确定性未知信号为模型,当噪声参数已知时,似然函数中包含的未知量有信号传输损耗 $\mathbf{a}$ 、信号 $\mathbf{y}$ 、辐射源位置 $\mathbf{p}_0$ 。其中,信号 $\mathbf{y}$ 由实部和虚部 $[\text{Re}\{\mathbf{y}^T\}, \text{Im}\{\mathbf{y}^T\}]^T$ 给出。定义未知向量

$$\xi \triangleq [\text{Re}\{\mathbf{y}^T\}, \text{Im}\{\mathbf{y}^T\}, \mathbf{a}^T]^T \quad (20)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\alpha} &= [\mathbf{a}^T, \mathbf{p}_0^T]^T \\ \mathbf{a} &= [a_1, a_2, \dots, a_L]^T \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

忽略对数似然函数的常数项,则多站相参脉冲串直接定位的对数似然函数为

$$L(\xi) = - \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} (\mathbf{r}_l - \mathbf{G}_l \mathbf{y})^H (\mathbf{r}_l - \mathbf{G}_l \mathbf{y}) \quad (22)$$

$$\mathbf{G}_l = \begin{bmatrix} a_l \mathbf{D}_{f_{l,1}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{l,1}} \mathbf{F} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_l \mathbf{D}_{f_{l,2}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{l,2}} \mathbf{F} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_l \mathbf{D}_{f_{l,m}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{l,m}} \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (25)$$

令 $\frac{\partial L(\xi)}{\partial \mathbf{y}^T} = \mathbf{0}$, 得

$$\mathbf{y}_m = \left(\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_{l,m}^H \mathbf{r}_{l,m} \right) / (\mathbf{a}^H \mathbf{a}) \quad (26)$$

将式(26)代入式(22),得到关于 $\mathbf{a}$ 的函数

$$L_1(\mathbf{a}) = \sum_{m=1}^M \left(\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_{l,m}^H \mathbf{r}_{l,m} \right)^H \left(\sum_{k=1}^L \frac{1}{\sigma_k^2} \mathbf{G}_{k,m}^H \mathbf{r}_{k,m} \right) \quad (27)$$

令

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q}_m &= \left[\frac{1}{\sigma_1} \mathbf{G}_{1,m}^H \mathbf{r}_{1,m}, \frac{1}{\sigma_2} \mathbf{G}_{2,m}^H \mathbf{r}_{2,m}, \dots, \frac{1}{\sigma_L} \mathbf{G}_{L,m}^H \mathbf{r}_{L,m} \right]^H \\ \mathbf{Q} &= \sum_{m=1}^M \mathbf{Q}_m \mathbf{Q}_m^H \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

此时,式(22)最大值问题可以转化为

$$\hat{\mathbf{p}}_0 = \arg \max_{\mathbf{p}_0} \sum \frac{\mathbf{a}^H \mathbf{Q} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{a}} \quad (29)$$

考虑若将 $\mathbf{a}$ 看作矩阵 $\mathbf{Q}$ 的一个特征向量,此时 $L_1(\mathbf{a})$ 的最大值对应着矩阵 $\mathbf{Q}$ 的最大特征值。式(27)可以表示为

$$L_2(\mathbf{p}_0) = \lambda_{\max}\{\mathbf{Q}\} \quad (30)$$

假定感兴趣的观测区域 Ω 已知,采用格点寻优和运动补偿法获得区域最大似然估计分布图。在观测区域 Ω 内设置密集的网格点, $\mathbf{X}_{l,k}^{(Q)} = [x_l, y_k]^T$, $l=1,2,\dots,N_l$, $k=1,2,\dots,N_k$, 其中, N_x 表示 X 轴网格点数, N_y 表示 Y 轴网格点数。将各位置点 $\mathbf{X}_{l,k}^{(Q)}$ 代入式(30),先对各点进行多站相参脉冲串直接运动补偿,并寻找使式(30)达到最大值时所对应的 $\mathbf{X}_{l,k}^{(Q)}$,得到该点的幅度值。对所有点作同样的处理,得到最大似然估计分布图。再通过对分布图进行归一化等后处理,得到目标的位置。

2.2.2 噪声参数未知情况 当噪声参数未知时,此时的未知量相对2.2.1节多了噪声方差项 σ_l^2 。为了对目标辐射源定位,必须先估计出各个侦察站的噪

求对数似然函数关于 $\mathbf{y}$ 的偏导数,得

$$\frac{\partial L(\xi)}{\partial \mathbf{y}^T} = \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} (\mathbf{r}_l - \mathbf{G}_l \mathbf{y})^H \frac{\partial \mathbf{G}_l \mathbf{y}}{\partial \mathbf{y}^T} \quad (23)$$

式中

$$\frac{\partial \mathbf{G}_l \mathbf{y}}{\partial \mathbf{y}^T} \triangleq [\mathbf{G}_l, \dots, \mathbf{G}_L]^T \quad (24)$$

声方差。第 l 个侦察站噪声方差的最大似然估计为

$$\hat{\sigma}_l^2 = \frac{1}{N} (\mathbf{r}_l - \mathbf{G}_l \mathbf{y})^H (\mathbf{r}_l - \mathbf{G}_l \mathbf{y}) \quad (31)$$

从式(31)可以看出,第 l 个侦察站噪声方差 σ_l^2 的最大似然估计中含有未知参数 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{G}_l$ 、 $\mathbf{y}$,若要直接写成不含未知参量的表达式比较困难。如果直接将式(31)代入式(27),此时得到的方程同时含有未知参数 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{G}_l$ 、 $\mathbf{y}$,无法通过对式(30)特征分解求解最大特征值,再寻找使最大特征值最大的方式得到目标位置。在这里我们考虑采用迭代方式计算目标位置,具体方法如下:

(1)利用传统直接定位算法估计目标辐射源的初始位置 $\mathbf{p}_0$ 和系统传输损耗向量 $\mathbf{a}$;

(2)利用估计得到的目标辐射源初始位置计算时延矩阵 $\mathbf{G}$;

(3)将式(26)中的 σ_l^2 看作常数1,并估计采样信号 $\mathbf{y}$,具体公式为

$$\hat{\mathbf{y}}_m = \frac{\sum_{l=1}^L \mathbf{G}_{l,m}^H \mathbf{r}_{l,m}}{\mathbf{a}^H \mathbf{a}} \quad (32)$$

(4)将 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{G}_l$ 、 $\mathbf{y}$ 代入式(31),得到侦察站接收信号的噪声方差估计值 $\hat{\sigma}_l^2$;

(5)结合噪声方差估计值 $\hat{\sigma}_l^2$,计算噪声参数已知时的多站时频域直接定位算法的广义互模糊矩阵,再利用特征分解找到广义互模糊矩阵最大特征值排列中最大的特征值位置即为估计目标辐射源位置。

3 克拉美罗界

参数估计精度的理论下界是克拉美罗下界,可以通过费舍尔信息矩阵(FIM)求逆得到,针对噪声一致背景下的直接定位算法,关于 ξ 的 FIM 可以表示为

$$\mathbf{J}_\xi = 2\text{Re}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \left(\frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{y}}{\partial \xi^T}\right)^H \left(\frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{y}}{\partial \xi^T}\right)\right\} \quad (33) \quad \text{式中}$$

式中

$$\frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{y}}{\partial \xi^T} = \left[\frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{y}}{\partial \text{Re}\{\mathbf{y}\}}, \frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{y}}{\partial \text{Im}\{\mathbf{y}\}}, \frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{y}}{\partial \text{Re}\{\mathbf{a}\}}, \frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{y}}{\partial \text{Im}\{\mathbf{a}\}}, \frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{y}}{\partial \mathbf{p}_0} \right] \quad (34)$$

得

$$\mathbf{H}(\xi) \triangleq \frac{\partial \mathbf{G}\mathbf{y}}{\partial \xi^T} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{j}\mathbf{G}_1 & \mathbf{K}_1 & \mathbf{j}\mathbf{K}_1 & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{G}_2 & \mathbf{j}\mathbf{G}_2 & \mathbf{K}_2 & \mathbf{j}\mathbf{K}_2 & \mathbf{B}_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{G}_L & \mathbf{j}\mathbf{G}_L & \mathbf{K}_L & \mathbf{j}\mathbf{K}_L & \mathbf{B}_L \end{bmatrix} \quad (35)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G}_l &= \frac{\partial \mathbf{G}_l \mathbf{y}}{\partial \text{Re}\{\mathbf{y}\}} \\ \mathbf{j}\mathbf{G}_l &= \frac{\partial \mathbf{G}_l \mathbf{y}}{\partial \text{Im}\{\mathbf{y}\}} \\ \mathbf{K}_l &\triangleq \frac{\partial \mathbf{G}_l \mathbf{y}}{\partial a_l} = [\mathbf{0}, \dots, \mathbf{K}_{l,l}, \dots, \mathbf{0}] \\ \mathbf{K}_{l,l} &= \mathbf{G}'_l \mathbf{y} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\mathbf{G}'_l = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{f_{l,1}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{l,1}} \mathbf{F} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_{f_{l,2}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{l,2}} \mathbf{F} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{D}_{f_{l,m}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{l,m}} \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (37)$$

由于位置信息 $\mathbf{p}_0$ 和时间延迟、多普勒频移均有关,因此可得

$$\mathbf{B}_l = \frac{\partial \mathbf{G}_l \mathbf{y}}{\partial \mathbf{p}_0} = \left[\left(\frac{\partial \mathbf{G}_{l,1} \mathbf{y}_l}{\partial \mathbf{p}_0} \right)^H, \dots, \left(\frac{\partial \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m}{\partial \mathbf{p}_0} \right)^H, \dots, \left(\frac{\partial \mathbf{G}_{l,M} \mathbf{y}_M}{\partial \mathbf{p}_0} \right)^H \right]^H \quad (38)$$

$$\mathbf{U}_2 \triangleq \begin{bmatrix} \text{Re}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_l^H \mathbf{K}_l\right\} & -\text{Im}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_l^H \mathbf{K}_l\right\} & \text{Re}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_l^H \mathbf{B}_l\right\} \\ \text{Im}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_l^H \mathbf{K}_l\right\} & \text{Re}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_l^H \mathbf{K}_l\right\} & \text{Im}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_l^H \mathbf{B}_l\right\} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\mathbf{U}_3 \triangleq \begin{bmatrix} \text{Re}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{K}_l^H \mathbf{G}_l\right\} & -\text{Im}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{K}_l^H \mathbf{G}_l\right\} \\ \text{Im}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{K}_l^H \mathbf{G}_l\right\} & \text{Re}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{K}_l^H \mathbf{G}_l\right\} \\ \text{Re}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{B}_l^H \mathbf{G}_l\right\} & -\text{Im}\left\{\sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{B}_l^H \mathbf{G}_l\right\} \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\frac{\partial \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m}{\partial \mathbf{p}_0} = \left[\frac{\partial \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m}{\partial \tau_{l,m}}, \frac{\partial \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m}{\partial f_{l,m}} \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_{l,m}}{\partial \mathbf{p}_0} \\ \frac{\partial f_{l,m}}{\partial \mathbf{p}_0} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m}{\partial \tau_{l,m}} = -\text{j}2\pi f_{l,m} \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m - \text{j} \frac{2\pi}{N} (\text{diag} \mathbf{n}) \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m$$

$$\frac{\partial \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m}{\partial f_{l,m}} = \text{j}(\text{diag} \mathbf{n}) \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m + \text{j}(t_{l,m} - \tau_{l,m}) \mathbf{G}_{l,m} \mathbf{y}_m$$

$$\frac{\partial \tau_{l,m}}{\partial \mathbf{p}_0} = \frac{(\mathbf{p}_0 - \mathbf{x}_{l,m})^T}{c \|\mathbf{p}_0 - \mathbf{x}_{l,m}\|}$$

$$\frac{\partial f_{l,m}}{\partial \mathbf{p}_0} =$$

$$\frac{2\pi f_c}{c} \left(\frac{-\mathbf{v}_l^T}{\|\mathbf{p}_0 - \mathbf{x}_{l,m}\|} + \frac{(\mathbf{p}_0 - \mathbf{x}_{l,m})^T \mathbf{v}_l (\mathbf{p}_0 - \mathbf{x}_{l,m})^T}{\|\mathbf{p}_0 - \mathbf{x}_{l,m}\|^3} \right)$$

综上,得

$$\mathbf{J}_\xi = \frac{2}{\sigma^2} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 \\ \mathbf{U}_3 & \mathbf{U}_4 \end{bmatrix} \quad (39)$$

观察式(39)可以看出,很难对 $\mathbf{J}_\xi$ 矩阵求逆,可以考虑利用分块矩阵的性质对 $\mathbf{J}_\xi$ 进行分块处理^[26]。本文中,感兴趣的是目标辐射源定位精度,结合式(21),即可以通过计算变量 α 的 FIM 矩阵,得到定位精度的 CRLB,有效降低了计算复杂度。利用分块矩阵得到仅关于 α 的 FIM 矩阵

$$\mathbf{J}_\alpha = 2(\mathbf{U}_4 - \mathbf{U}_3 \mathbf{U}_1^{-1} \mathbf{U}_2) \quad (40)$$

式中

$$\mathbf{U}_1 \triangleq \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_l^H \mathbf{G}_l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{G}_l^H \mathbf{G}_l \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\mathbf{U}_4 \triangleq \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{K}_l^H \mathbf{K}_l & 0 & \operatorname{Re} \left\{ \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{K}_l^H \mathbf{B}_l \right\} \\ 0 & \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{K}_l^H \mathbf{K}_l & \operatorname{Im} \left\{ \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{K}_l^H \mathbf{B}_l \right\} \\ \operatorname{Re} \left\{ \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{B}_l^H \mathbf{K}_l \right\} & -\operatorname{Im} \left\{ \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{B}_l^H \mathbf{K}_l \right\} & \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sigma_l^2} \mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_l \end{bmatrix} \quad (44)$$

通过对矩阵 $\mathbf{I}_a$ 取逆,即得到关于辐射源位置 $\mathbf{p}_0$ 的 CRLB。

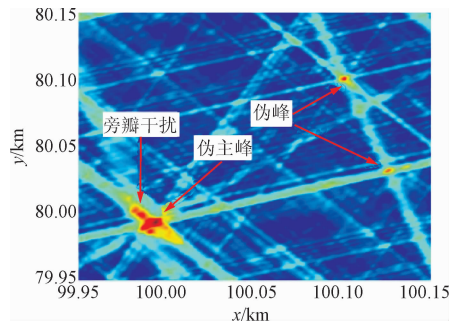
4 仿真分析

为了充分验证本文所提噪声不一致背景下的多站时频差最大似然估计算法的有效性,本节进行仿真实验。将本文所提的外部噪声特性不一致且噪声参数已知条件下时频域直接定位算法(NWO-DPD)、外部噪声特性不一致且噪声参数未知条件下时频域直接定位算法(UN-NWO-DPD)与文献[18]提出的外部噪声特性一致且噪声参数已知条件下的经典 DPD 算法(ML-DPD)进行对比,仿真实验的相关参数参考文献[18]设置。

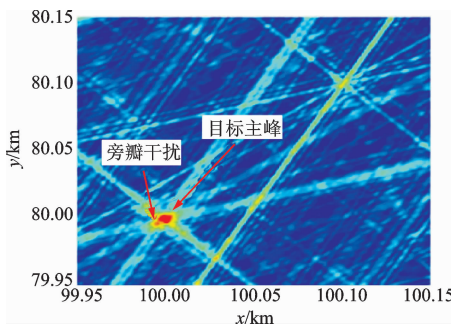
4.1 定位结果对比图

假定观测区域内目标位置为 $\mathbf{p}_1 = [100, 80]^T$ km,脉冲重复时间间隔 20 ms,带宽 10 MHz,脉宽 2 μ s。接收机分别从 $\mathbf{x}_1 = [0, 0]^T$ 、 $\mathbf{x}_2 = [200, 0]^T$ km、 $\mathbf{x}_3 = [0, 200]^T$ km 和 $\mathbf{x}_4 = [200, 200]^T$ km 处沿 X 轴以 300 m/s 速度飞行。接收机的采样频率为 $f_s = 100$ MHz,采样快拍数为 $N = 512$,累计观测脉冲数 $K_p = 128$ 。假设 1~4 号接收机接收信号的信噪比强度分别为 -5、-2、0、8 dB。图 1 分别给出了 3 种算法定位结果对比。

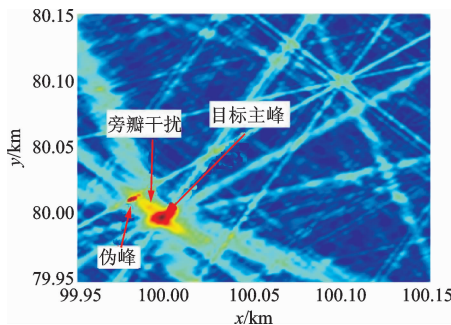
从图 1 可以看出,3 种定位算法中,本文提出的两种噪声不一致背景下的优化算法优势更加明显。无论是在噪声参数已知还是未知的情况下,均能够得到更好的定位效果。图 1a 中的目标辐射源由于旁瓣干扰,定位结果与真实位置存在一定偏差,同时,在目标主峰周围存在一定数量的伪峰,影响定位精度。图 1b 和图 1c 中的目标辐射源位置清晰,定位结果与真实位置一致。其中,NWO-DPD 算法仅存在略微的旁瓣影响,而 UN-NWO-DPD 算法在主峰周围存在有限数量的伪峰,距离主峰较近,和 ML-DPD 算法相比,伪峰对定位误差的影响较小。两种优化算法通过对不同信噪比下的信号进行加权处理,增加高信噪比信号的权系数值,减少低信噪比信号权系数值。相对于 ML-DPD 算法,高信噪比信



(a) ML-DPD 算法



(b) 本文 NWO-DPD 算法



(c) 本文 UN-NWO-DPD 算法

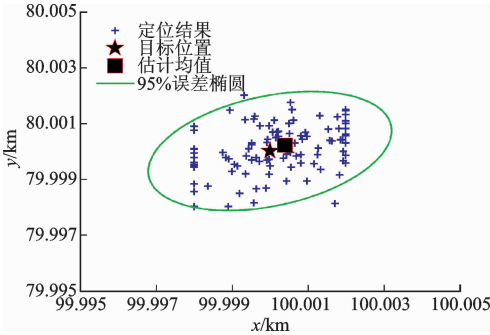
图 1 3 种算法定位结果对比

Fig. 1 Comparison of localization results of three algorithms

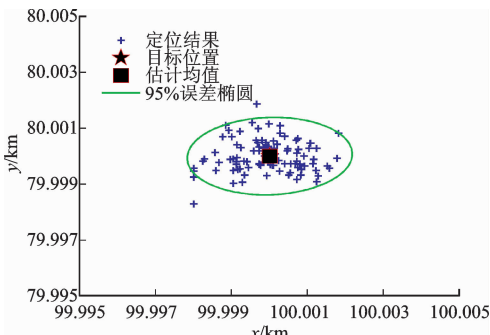
号对定位结果的影响更大,定位结果的表现也就越出色。同时,从整体的定位表现来看,NWO-DPD 算法的峰值点也更加突出,旁瓣压制更好。主要是由于 NWO-DPD 算法是利用真实的噪声方差值进行定位,而 UN-NWO-DPD 算法的噪声方差值仅能通过估计得到,与真实噪声方差值之间存在偏差。

4.2 定位误差椭圆

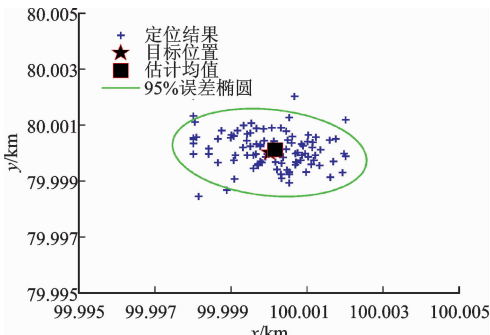
图 2 是在上述仿真条件下,对 3 种算法进行 100 次 Monte Carlo 实验得到的定位结果分布和 95% 误差椭圆。图中的搜索区域范围为 10 m×10 m 方形区域,网格点大小为 0.02 m×0.02 m。



(a) ML-DPD 算法



(b) 本文 NWO-DPD 算法



(c) 本文 UN-NWO-DPD 算法

图 2 3 种算法定位结果分布和 95% 误差椭圆图

Fig. 2 Location result distributions and 95% error ellipses of three algorithms

观察图 2a 可以看出, ML-DPD 算法的误差椭圆最大,同时定位均值也离真实辐射源位置较远,为有偏估计。从图 2b 和图 2c 可以看出,噪声不一致背景下的优化算法定位结果基本围绕在真实值附近。同时, NWO-DPD 算法的定位误差椭圆略小于 UN-NWO-DPD 算法。其中, NWO-DPD 算法定位

误差的均方根值为 1.863 m, UN-NWO-DPD 算法定位误差的均方根值为 2.282 m。这主要是由于 UN-NWO-DPD 算法在对各侦察站接收噪声的方差进行估计时引入了误差。整体来看, 本文所提两种算法得到的定位结果均值与真实值保持一致, 均为无偏估计。

4.3 观测脉冲数对定位误差均方根的影响

假设观测脉冲数 K_p 的变化范围是 60~180, 其余条件同 4.1 节仿真, 3 种算法的定位误差均方根及克拉美罗界随观测脉冲数 K_p 变化的曲线图如图 3 所示。

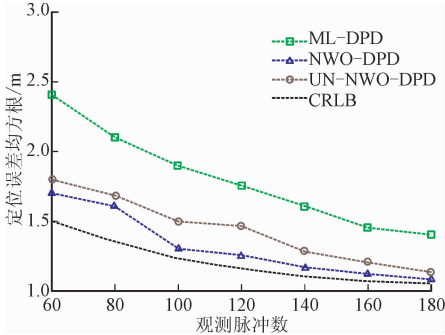


图 3 3 种算法定位误差与克拉美罗界随观测脉冲数变化的曲线图

Fig. 3 RMSE of three algorithms and CRB vs pulse number curves

从图 3 可以看出:随着观测脉冲数的提高, 3 种算法的定位误差均方根均呈现下降趋势; 相同观测脉冲数条件下, NWO-DPD 算法的定位精度最高, ML-DPD 算法的定位精度最低; 随着观测脉冲数的提高, NWO-DPD 算法的定位误差均方根逼近 CRB。通过以上分析可以看出, 在信噪比较低且算法定位效果不理想时, 可以通过提高观测脉冲数有效提高定位精度。

4.4 信噪比对定位误差均方根的影响

假设 1—3 号接收机接收信号的信噪比强度分别为 -5、-2、0 dB, 4 号接收机信噪比从 -10 dB 变化到 15 dB, 其余条件同 4.1 节仿真, 3 种算法的定位误差均方根及克拉美罗界随信噪比变化的曲线图如图 4 所示。

从图 4 可以看出:噪声不一致背景下的优化算法定位精度明显优于 ML-DPD 算法; 在信噪比变化范围内, 随着信噪比提高, 定位精度有效降低; 当 4 号侦察站信噪比在 0 dB 附近时, 3 种定位算法的定位精度均提高较为明显; 当信噪比高于 10 dB 之后, 即使信噪比提高, ML-DPD 算法的定位精度变化不

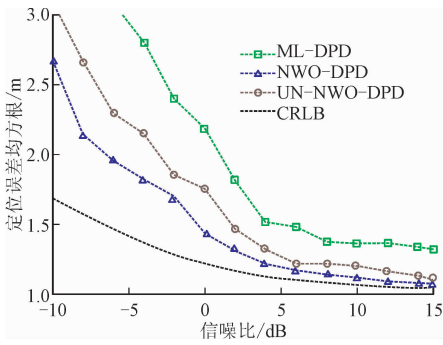


图4 3种算法定位误差与克拉美罗界随信噪比变化的曲线图

Fig.4 RMSE of three algorithms and CRB vs SNR curves

明显,与其他两种算法相比,定位精度差距较大。整体来看,4号侦察站信噪比相同时,NWO-DPD算法定位误差最小,并且在信噪比较高时,定位精度逼近CRLB。

5 结论

(1)本文针对外部噪声参数已知和未知两种情况,提出了噪声不一致背景下多站时频差最大似然直接定位算法。

(2)算法充分利用了脉冲串信号的位置信息,实现了多个脉冲间的时差频差信息累加,同时给高信噪比信号赋予更高的权系数,有效提高了定位精度。

(3)本文算法与传统的直接定位算法相比,在信噪比较低时,能有效抑制旁瓣高度,控制伪峰数量,定位误差较低。

(4)NWO-DPD算法利用真实的噪声方差值进行定位,在相同条件下,可以取得比UN-NWO-DPD算法更优的定位效果。

(5)仿真实验进一步验证了本文算法在高信噪比条件下可以逼近克拉美罗界。

参考文献:

- [1] LEE J Y, HUDSON R E, YAO K. Acoustic DOA estimation: an approximate maximum likelihood approach [J]. IEEE Systems Journal, 2014, 8(1): 131-141.
 - [2] 王亚涛, 曾小东, 周龙建. 雷达间歇辐射对测向交叉定位性能的影响分析 [J]. 电子与信息学报, 2020, 42(2): 452-457.
- WANG Yatao, ZENG Xiaodong, ZHOU Jiandong. Analysis for effect of radar intermittent radiation on the performance of cross location [J]. Journal of Elec-

tronics & Information Technology, 2020, 42(2): 452-457.

- [3] WANG Y, MA S, CHEN C. TOA-based passive localization in quasi-synchronous networks [J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(4): 592-595.
 - [4] SHEN J Y, MOLISCH A F, SALMI J. Accurate passive location estimation using TOA measurements [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(6): 2182-2192.
 - [5] 王云龙, 吴瑛. 联合时延与多普勒频率的直接定位改进算法 [J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(4): 123-129.
- WANG Yunlong, WU Ying. An improved direct position determination algorithm with combined time delay and Doppler [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49(4): 123-129.
- [6] PICARD J S, WEISS A J. Time difference localization in the presence of outliers [J]. Signal Process, 2012, 92(10): 2432-2443.
 - [7] DENG L, WEI P, ZHANG Z, et al. Doppler frequency shift based source localization in presence of sensor location errors [J]. IEEE Access, 2018, 6: 59752-59760.
 - [8] YU H G, HUANG G M, GAO J, et al. An efficient constrained weighted least squares algorithm for moving source location using TDOA and FDOA measurements [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(1): 44-47.
 - [9] WEISS A J. Direct position determination of narrow-band radio frequency transmitters [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(5): 513-516.
 - [10] WEISS A J, ALON A. Direct position determination of multiple radio signals [J]. Eurasip Journal on Advances in Signal Processing, 2005(1): 37-49.
 - [11] AMAR A, WEISS A J. Direct position determination in the presence of model errors-known waveforms [J]. Digital Signal Processing, 2006, 16(1): 52-83.
 - [12] BAR-SHALOM O, WEISS A J. Direct position determination of OFDM signals [C] // 8th IEEE Signal Processing Advances in Wireless Communications. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 4401287.
 - [13] AMAR A, WEISS A J. A decoupled algorithm for geolocation of multiple emitters [J]. Signal Processing, 2007, 87(10): 2348-2359.
 - [14] AMAR A, WEISS A J. Classical and modern direction-of-arrival estimation [M]. Amsterdam, Holland: Elsevier, 2009: 385-424.
 - [15] WEISS A J, AMAR A. Direct geolocation of stationa-

- ry wideband radio signal based on time delays and Doppler shifts [C]//15th IEEE/SP Workshop on Statistical Signal Processing. Piscataway, NJ, USA: 2009: 101-104.
- [16] MA F H, GUO F C, YANG L. Direct position determination of moving sources based on delay and Doppler [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(14): 7859-7869.
- [17] ZHANG S Y, HUANG Z, FENG X F, et al. Multi-sensor passive localization using direct position determination with time-varying delay [J]. *Sensors*, 2019, 19(7): 1541.
- [18] WEISS A J, AMAR A. Direct geolocation of wideband emitters based on delay and doppler [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2513-2521.
- [19] WU G Z, ZHANG M, GUO F C. Self-calibration direct position determination using a single moving array with sensor gain and phase errors [J]. *Signal Processing*, 2020, 173: 107587.
- [20] LI J Z, YANG L, GUO F C, et al. Coherent summation of multiple short-time signals for direct positioning of a wideband source based on delay and Doppler [J]. *Digital Signal Processing*, 2016, 48: 58-70.
- [21] 尹洁昕, 王鼎, 吴瑛, 等. 直达与非直达环境中的多目标解耦直接定位方法 [J]. *航空学报*, 2018, 39(2): 321338.
- YIN Jiexin, WANG Ding, WU Ying, et al. A decoupled direct position determination algorithm for multiple targets in mixed LOS/NLOS environments [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(2): 321338.
- [22] QIN T Z, LU Z Y, BA B, et al. A decoupled direct positioning algorithm for strictly noncircular sources based on Doppler shifts and angle of arrival [J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 34449-34461.
- [23] WANG D, YIN J X, YU H G. DPD algorithm for moving source based on Doppler frequency shifts; case of known waveforms [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2019, 28(5): 978-986.
- [24] MA F H, LIU Z M, GUO F C. Direct position determination for wideband sources using fast approximation [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(8): 8216-8221.
- [25] PESAVENTO M, GERSHMAN A B. Maximum-likelihood direction-of-arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(7): 1310-1324.
- [26] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 64-79.

(编辑 刘杨)